Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ ИМЕНИ ПАТРИСА ЛУМУМБЫ

ФАКУЛЬТЕТ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ И ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ПРОГРАММА

вступительного экзамена по специальной дисциплине
в аспирантуру по группе научных специальностей

1.1. «МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА»

на образовательные программы по специальностям:

1.1.1. «Вещественный, комплексный и функциональный анализ»,
1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика»,
1.1.7. «Теоретическая механика, динамика машин»,
1.1.6 «Вычислительная математика»

Москва, 2025

ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ

Программа составлена на основе Федерального государственного требования к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по группе научных специальностей «Математика и механика».

При поступлении на программы аспирантуры по направлению подготовки «Математика и механика» проверяется владение следующими компетенциями:

- Владение знаниями об основных понятия, формулировках теорем и базовых методах решений задач математического анализа, линейной и общей алгебры, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики, дискретной математики и информатики, математического моделирования и численных методов;
- владение навыками проведения доказательств, вычислений и преобразований.

На экзамене необходимо продемонстрировать:

- знание основных понятий, определений, утверждений и теорем предметных областей, входящих в программу экзамена;
- владение математическим аппаратом и умение использовать на практике основные теоремы и методы математического анализа, алгебры и аналитической геометрии, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики в объеме, предусмотренном требованиями к уровню подготовки магистра по направлению «Математика и механика»;

ОСНОВНЫЕ РАЗДЕЛЫ ПРОГРАММЫ

1. Предел, непрерывность функции одной переменной, свойства непрерывной функции на отрезке. Понятие производной.
2. Функции многих переменных, полный дифференциал и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.
3. Первообразная и неопределенный интеграл. Интеграл Римана.
4. Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Числовой ряд и его сходимость. Необходимый признак сходимости. Критерии сходимости Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости.
6. Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойство абсолютно сходящихся рядов. Умножение рядов.
7. Функциональный ряд. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование).
8. Степенной ряд и его радиус сходимости. Свойства степенных рядов (почленное интегрирование и дифференцирование). Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
9. Несобственные интегралы и их сходимость.
10. Ряд Фурье. Тригонометрический ряд Фурье. Достаточные условия представимости функции рядом Фурье.
11. Понятие метрического пространства, полные метрические пространства, компактность. Теорема Больцано –Вейерштрасса. Принцип сходимости Коши.

12. Функции с ограниченным изменением. Мера в смысле Лебега. Теорема Д.Ф. Егорова, С-свойства. Абсолютно непрерывные функции.
13. Суммируемые функции. Интеграл Лебега и его основные свойства. Гильбертово пространство. Пространства L_2 и l_2. Сходимость в среднем.
14. Плоскости и прямые в пространстве. Различные виды уравнений. Взаимные расположения прямых и плоскостей. Метрические приложения уравнений.
15. Кривые и поверхности второго порядка. Канонические уравнения. Приведение к каноническому виду.
16. Системы линейных алгебраических уравнений. Различные методы решения. Теорема о структуре общего решения однородной и неоднородной систем. Фундаментальная система решений.
17. Собственные векторы и собственные значения матриц. Характеристический многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли.
18. Билинейные и квадратичные формы. Изменение матрицы билинейной формы при изменении базиса. Канонический и нормальный вид квадратичной и симметричной билинейных форм. Закон инерции для квадратичных форм.
19. Обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка. Теорема Коши о существовании и единственности решения.
20. Линейное дифференциальное уравнение второго порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная зависимость функций. Фундаментальная система решений.
21. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Определитель Вронского
22. Уравнения с частными производными. Основные понятия. Линейные уравнения в частных производных второго порядка. Их классификация.
23. Пространства Соболева. Теорема вложения.
24. Однозначная и фредгольмова разрешимость эллиптических задач. Задача на собственные функции и собственные значения. Гладкость обобщенных решений.
25. Функции комплексного переменного. Дифференцируемость функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
26. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши.
27. Степенные ряды с комплексными членами. Ряд Лорана. Особые точки функций комплексного переменного. Вычеты.
28. Понятие о простейшей проблеме вариационного исчисления. Уравнение Эйлера–Лагранжа. Геодезические линии.
29. Формулировка задачи о движении механической системы при наличии связей. Классификация связей и перемещений.
30. Принцип наименьшего действия.
31. Ортогональные системы функций. Метод ортогонализации Шмидта. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.
32. Интерполяционные формулы Ньютона и Лагранжа. Многочлены Чебышева, их свойства.
33. Численное решение задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения: метод Эйлера; методы второго порядка; метод Рунге-Кутта.

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И ОЦЕНКИ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Вступительное испытание проводится в устной форме на русском языке. Проверка и оценка ответов на вопросы вступительного экзамена проводится экзаменационной комиссией, состав которой утверждается соответствующим приказом Ректора.

Экзаменационный билет состоит из 2 вопросов. На подготовку ответа отводится 90 минут, далее происходит устная беседа по билету с членами экзаменационной комиссии. Во время вступительного испытания в устной форме поступающему могут быть заданы дополнительные вопросы в пределах программы вступительного испытания.

Вступительное испытание оценивается по 100-балльной шкале. За ответ на каждый вопрос экзаменационного билета соискатель получает от 0 до 50 баллов в зависимости от правильности и полноты ответа на вопрос.

Минимальное количество баллов, необходимое для успешного прохождения испытания и дальнейшего участия в конкурсе – 30 баллов.

При проведении вступительного испытания допускается использование дистанционных образовательных технологий (например, использование платформы Microsoft Teams).

ECTS	Баллы	Критерии выставления оценки
A	95-100	Оценка «отлично» – ставится при полных, исчерпывающих, аргументированных ответах на все основные и дополнительные экзаменационные вопросы. Ответы должны отличаться логической последовательностью, четкостью в выражении мыслей и обоснованностью выводов, демонстрирующих знание источников, понятийного аппарата и умения ими пользоваться при ответе.
B	86-94	Оценка ставится при достаточно полных и аргументированных ответах на все основные и дополнительные экзаменационные вопросы. Ответы должны отличаться логичностью, четкостью, знанием понятийного аппарата и литературы по теме вопроса при незначительных упущениях при ответах.
C	69-85	Оценка «хорошо» - В целом неплохое знание рассматриваемого вопроса, но с заметными ошибками.
D	61-68	Оценка «удовлетворительно» – ставится при неполных и слабо аргументированных ответах, демонстрирующих общее представление и элементарное понимание существа поставленных вопросов, понятийного аппарата и обязательной литературы.
E	30-60	Самое общее представление о рассматриваемом вопросе, отвечающее лишь минимальным требованиям. Серьезные ошибки.

F	0-29	Оценка «неудовлетворительно» – ставится при незнании и непонимании абитуриентом существа экзаменационных вопросов.

Рекомендуемая литература

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, т. 1–3, 2003.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. 1–3, 2003.
3. Никольский С.М. Курс математического анализа, т. 1–2, 2001.
4. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре, 1998.
5. Кострикин А.И. Введение в алгебру, 2004.
6. Курош А.Г. Курс высшей алгебры, 2020.
7. Постников М.М. Аналитическая геометрия, 1973.
8. Веселов А.П., Троицкий Е.В. Лекции по аналитической геометрии. СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2003.
9. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения, 2019.
10. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений, 2019.
11. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, ч. 1. М.: Наука, 2015.
12. Привалов И.Н. Введение в теорию функций комплексного переменного, 2019.
13. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа, 2019.
14. Треногин В.А. Функциональный анализ [Текст] : Учебник. - 3-е изд., исправ.. - М. : Физматлит, 2002. - 488 с. : ил.
15. Краснов М.Л. Интегральные уравнения. (Введение в теорию), 2003.
16. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление, 2005.
17. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики, ч. 2, 2016
18. Аппель П. Теоретическая механика, 2016.
19. Самарский А. А.. Численные методы решения обратных задач математической физики [Текст] : Учебное пособие. - М. : Изд-во ЛКИ, 2014
20. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П. Численные методы [Текст] : Учебное пособие для студентов физико-математических специальностей высших учебных заведений. - 5-е изд.. - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. - 636 с. : ил.

Программа подготовлена в Математическом институте им. С.М. Никольского.

Согласовано:

руководитель образовательной программы, научный руководитель Математического института им. С.М. Никольского — А.Л. Скубачевский

директор Математического института им. С.М. Никольского — А.Б. Муравник